

Jahrgangsstufenarbeiten 2010 an bayerischen Haupt-/Mittelschulen Ergebnisanalyse MATHEMATIK – Jahrgangsstufe 6

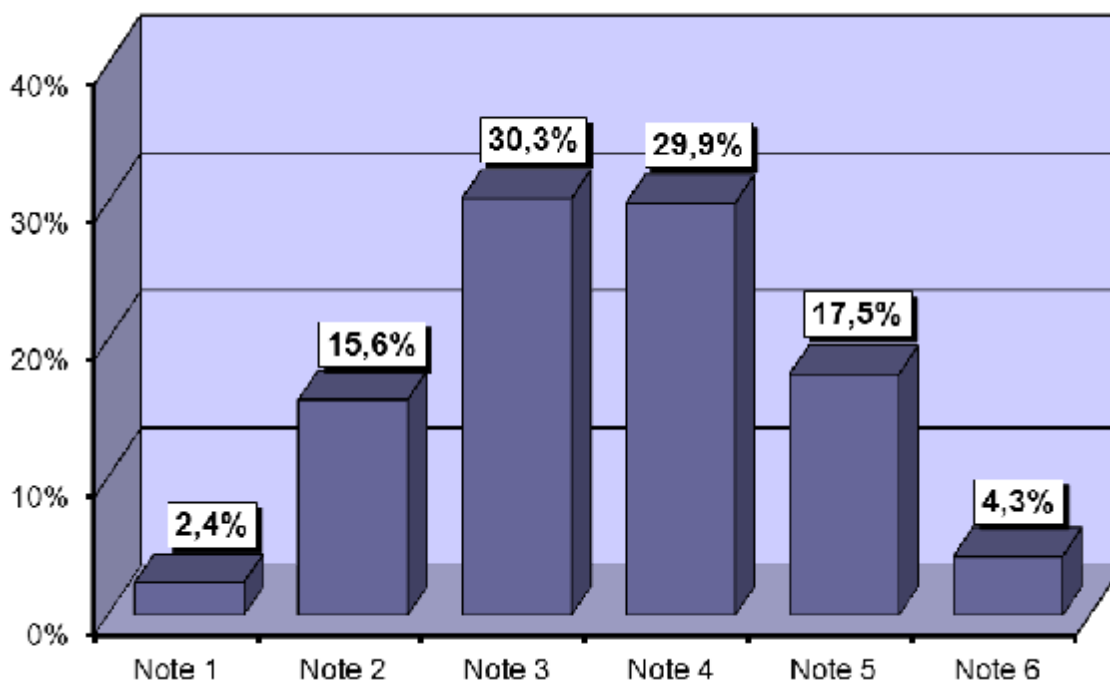
1 Testergebnisse

1.1 Gesamtergebnis

(Angaben vom Vorjahr in Klammern)

	2010 (2009)
Teilnehmer gesamt	34 707 (36 940)
Nichtteilnehmer gesamt	1 785 (1 819)
Gesamterfassung Aufgaben: Prozentual erreichte Punkte	54 % (51 %)
Notendurchschnitt	3,57 (3,59)

1.2 Notenverteilung in Prozent



1.3 Notenverteilung in den einzelnen Regierungsbezirken

(Angaben in Prozent)

	Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6	Ø Note
Obb	1,8	14,2	28,9	30,3	19,5	5,4	3,67
Ndb	2,4	16,7	30,5	29,4	17,2	3,7	3,53
Opf	3,7	20,6	32,1	27,3	13,2	3,0	3,35
Ofr	2,3	14,6	30,0	30,8	17,6	4,4	3,60
Mfr	1,9	12,7	30,1	30,9	19,6	4,8	3,68
Ufr	2,4	17,0	31,3	29,4	15,9	3,9	3,51
Schw	2,6	16,1	30,8	30,5	16,5	3,4	3,52

1.4 Notenschlüssel

Prozentuale Punkteverteilung	Punkte	Note
100 % – 85 %	24 – 21	1
84 % – 68 %	20 – 17	2
67 % – 51 %	16 – 11	3
50 % – 35 %	12 – 9	4
34 % – 19 %	8 – 5	5
18 % – 0 %	4 – 0	6

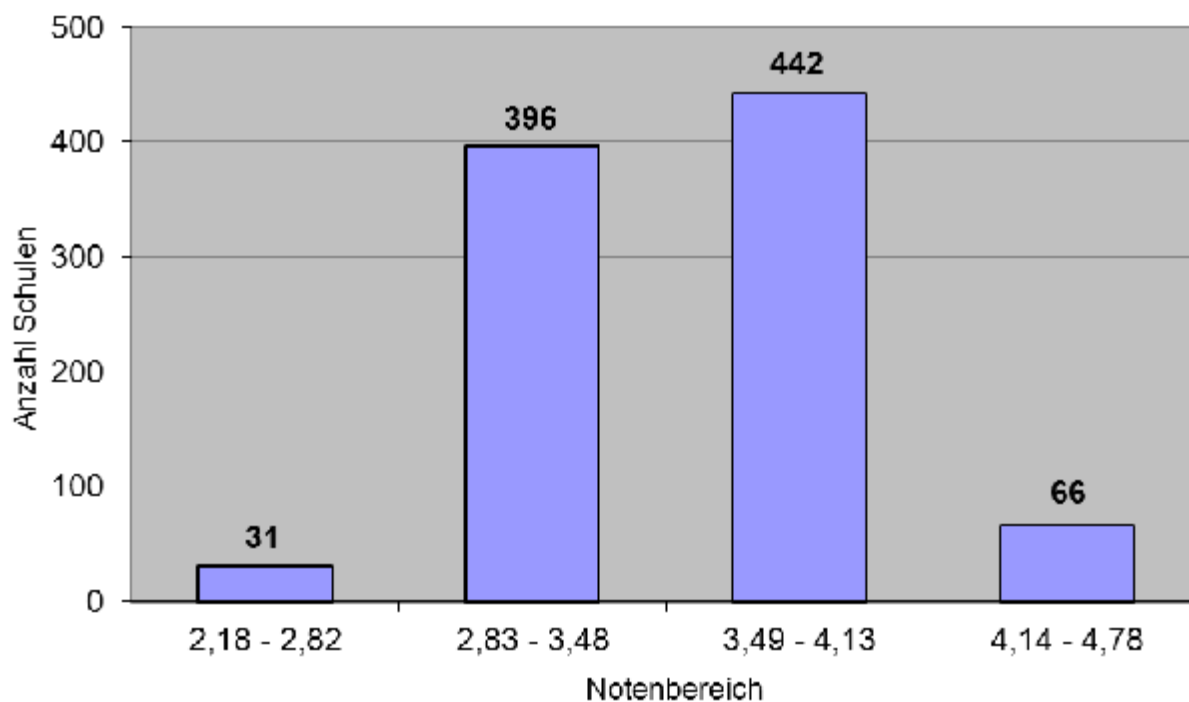
2 Eckdaten zur Orientierungshilfe

Die gewonnenen Daten sollen den einzelnen Schulen zur Selbstevaluation dienen. Zur besseren Einordnung der einzelnen Schulergebnisse und zur Orientierung im landesweiten Vergleich können folgende Angaben dienen:

Bayerischer Gesamtschnitt	3,57
Bester Schulschnitt	2,18
Schlechtester Schulschnitt	4,78

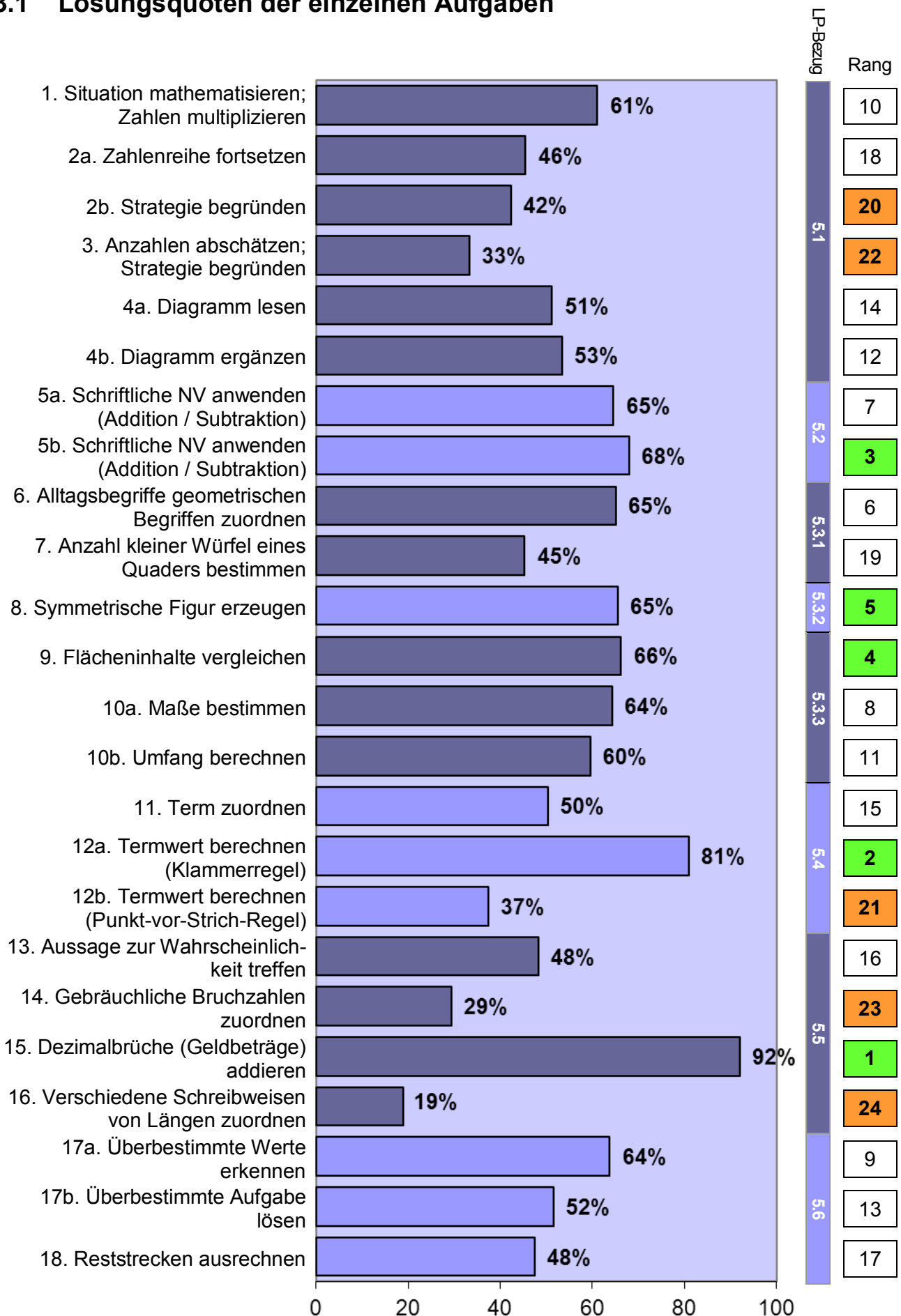
Differenz: 2,6 Notenstufen

Die nachfolgende Übersicht stellt die Verteilung der Schulen innerhalb der jeweiligen Notenspanne vom besten bis zum schlechtesten Schulschnitt dar. Dazu wurden die Notenspannen in vier gleich große Bereiche unterteilt. Dies ermöglicht jeder Schule, ihr eigenes Abschneiden im landesweiten Vergleich einzustufen. Die Notenschritte in den vier Bereichen steigen jeweils um etwa eine dritte Note. Auffällig sind wie in den voran gegangenen Jahren die sehr kleinen Randbereiche und das starke Mittelfeld – hier in den Notenbereichen von 2,83 bis etwa 4,13.

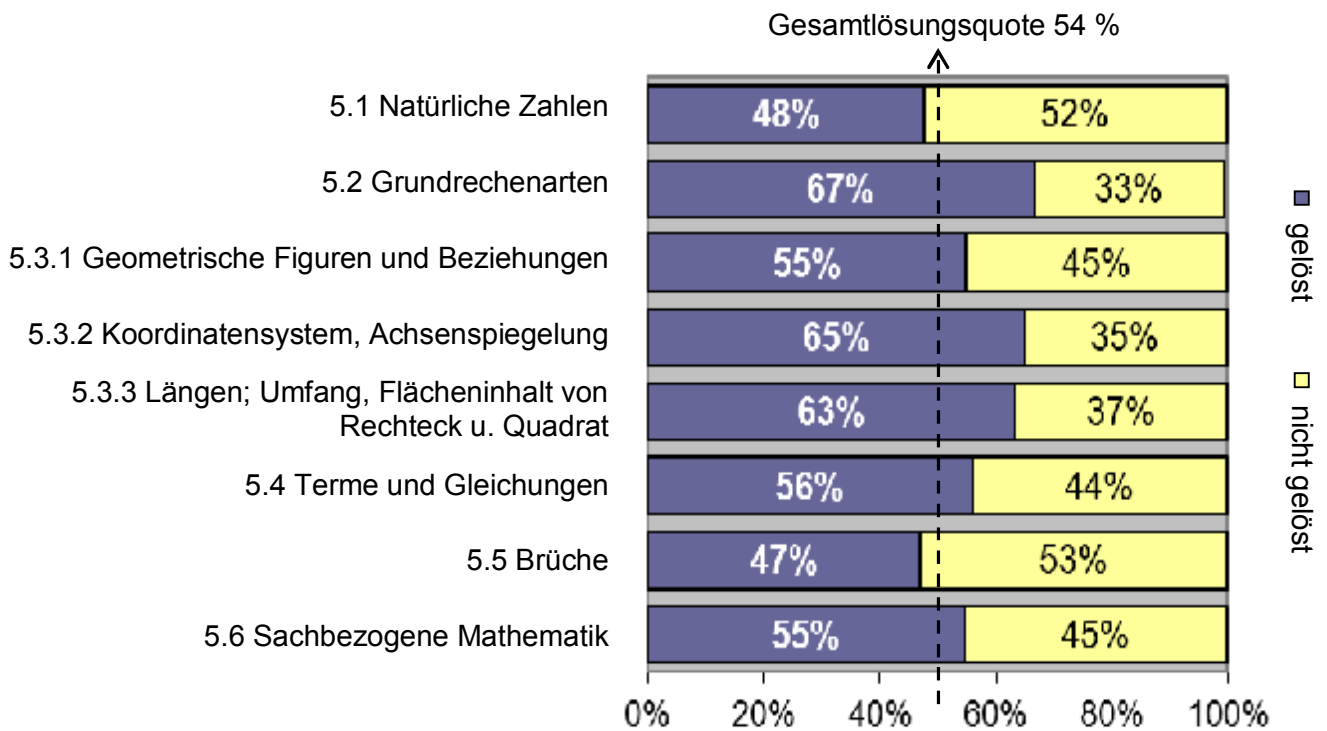


3 Aufgabenbezogene Auswertung

3.1 Lösungsquoten der einzelnen Aufgaben



3.2 Lösungsquoten der Aufgaben nach den Lehrplanbereichen



Lösungsquote der drei geometrischen Bereiche: 61 %.

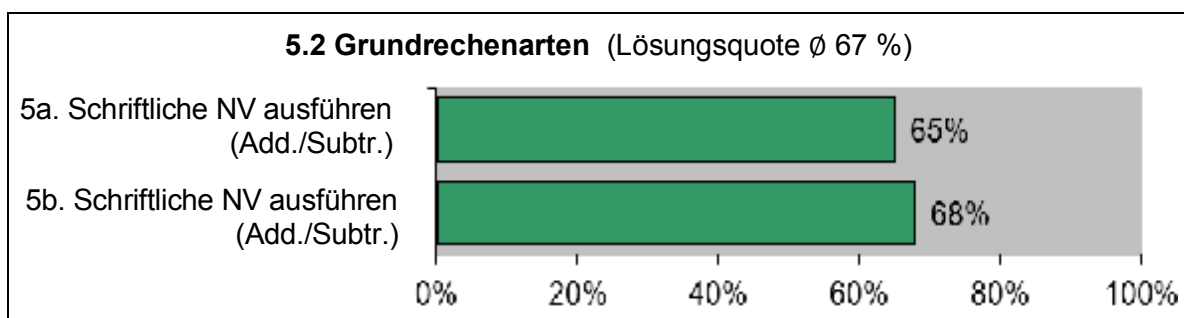
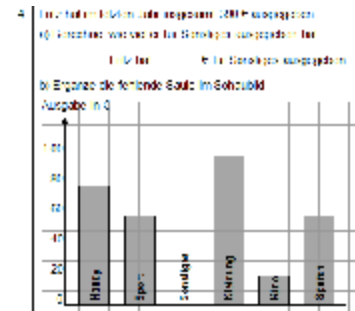
4 Analyse der Testergebnisse

4.1 Überblick

Die Jahrgangsstufenarbeit Mathematik wurde für die Jahrgangsstufe 6 am 30. September 2010 durchgeführt. Es nahmen 34 707 Schülerinnen und Schüler teil. Die Gesamtlösungsquote aller Aufgaben beträgt 54 %, der Notenschnitt liegt bei 3,57. Die Aufgaben für die Jahrgangsstufenarbeiten wurden in Vortests pragmatisch erprobt. Es können deshalb Aussagen über besondere Aufgabenschwierigkeiten getroffen werden.

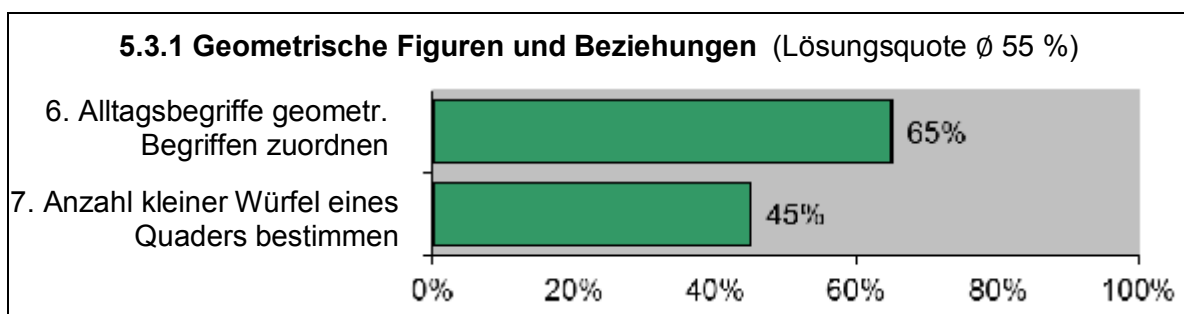
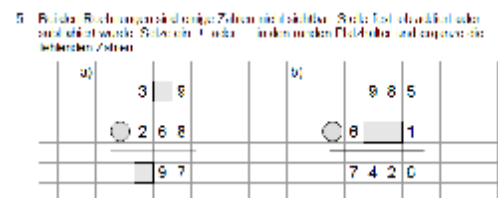
lagen – im Gegensatz zu Aufgabe 2, die in den Teilschritten ein ausgewogenes Verhältnis zeigt. Entsprechend der individuellen Schüler- bzw. der eigenen Klassenauswertung sollten die individuellen Probleme der Schüler im Unterricht thematisiert werden.

Etwa die Hälfte der bayerischen Schülerinnen und Schüler (51 %) konnte in Aufgabe 4 aus den Angaben in Text und Diagramm den fehlenden Wert errechnen. Sogar etwas mehr der Schüler (53 %; Folgefehler wurden gewertet) ergänzte das Diagramm um die fehlende Säule.



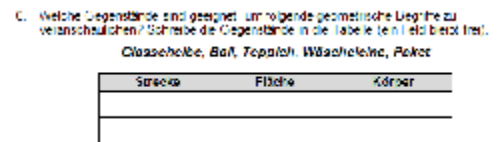
In diesem Bereich geht es weitgehend um das sichere Beherrschen von Rechenroutinen. Die Lösungsquote beträgt 67 % und ist der am besten gelöste Bereich.

Die Aufgaben 5a und 5b erwarteten von den Schülerinnen und Schülern ein Erkennen der Rechenoperation (Addition, leicht an der Einerstelle zu erkennen), bevor die Rechnung selbst ausgeführt werden konnte. Mit 65 % (5a, Rang 7) bzw. 68 % (5b, Rang 3) gelang dies jeweils etwa zwei Dritteln der Schüler.

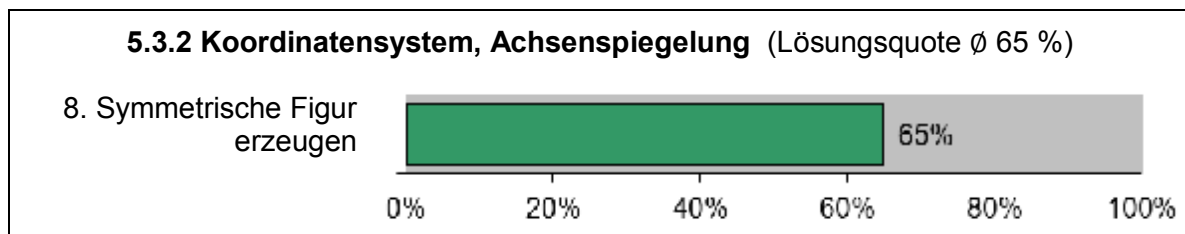


Bei den Aufgaben zu diesem Lehrplanbereich konnten durchschnittlich 55 % der erreichbaren Punkte erzielt werden. Begriffliche Vorstellungen zu geometrischen Körpern und Flächen sowie der Umgang mit Zeichengeräten sind zentrale Themen bei „Geometrische Figuren und Beziehungen“.

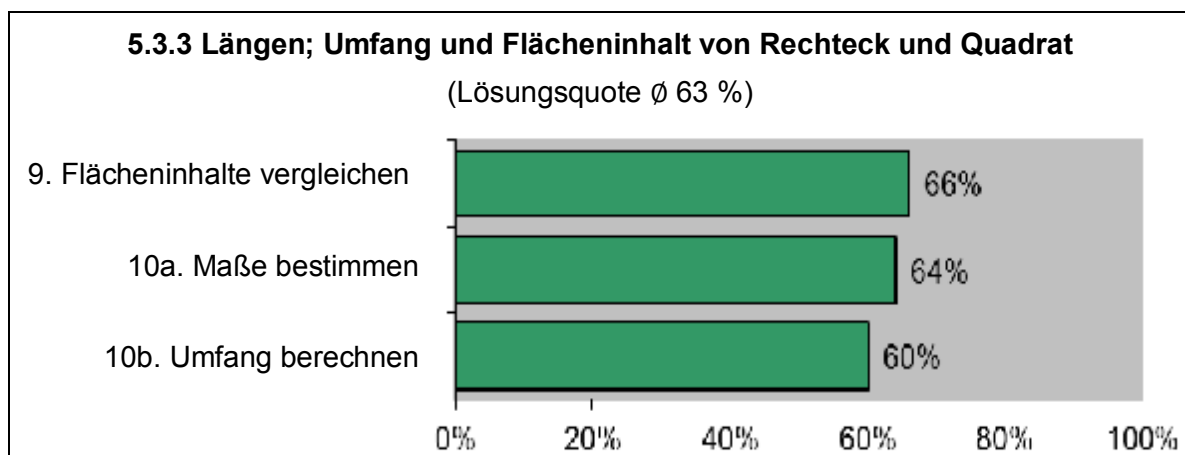
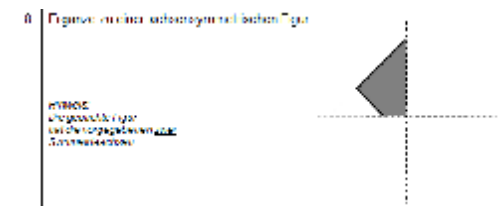
Mit Aufgabe 6 beginnt der Bereich der Geometrie. Etwa zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler konnten alltägliche Gegenstände den passenden geometrischen Begriffen zuordnen. Diese Aufgabe testet das grundlegende Verständnis über geometrische Begriffe („Begriffsbildung“). Bei Schülern, die diese Aufgabe nicht lösen konnten, sollte durch Selbsteinschätzung oder im Gespräch das Problem geklärt und mit anschaulichen Übungen behoben werden.



Wesentlich schlechter gelöst (45 %) wurde die Aufgabe zum Raumvolumen eines Quaders, dessen „Füllung“ aus kleinen Würfeln, z. B. durch gedankliches Ergänzen und Auszählen, ermittelt werden musste. Diese Art Übungen bieten einen starken Alltagsbezug und sollten zur täglichen „Kopfgeometrie“ gehören.



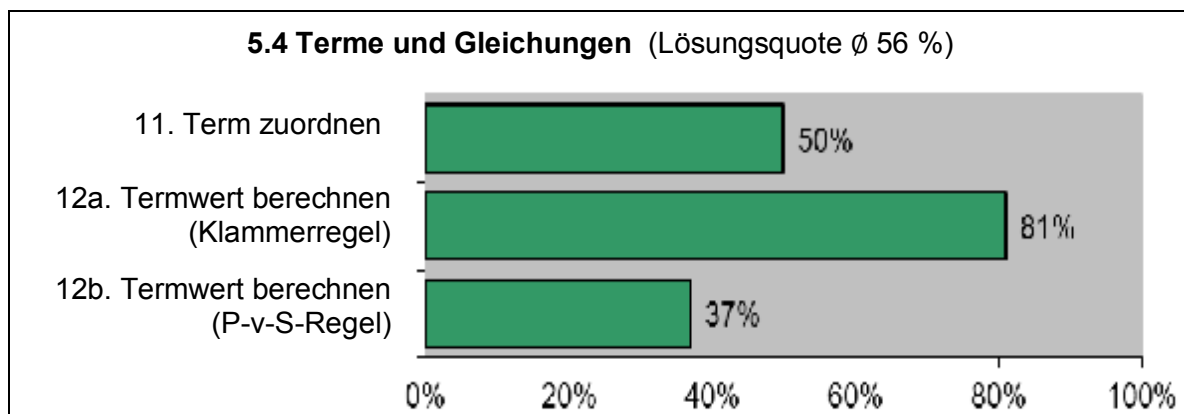
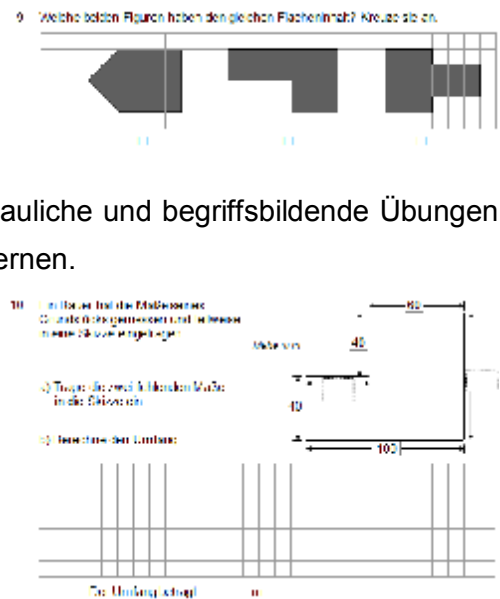
Ein sicheres Verständnis von Achsensymmetrie zeigten etwa zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler (Aufgabe auf Rang 5). Gefordert war, dass eine doppelte Achsensymmetrie zeichnerisch dargestellt wurde. Übungen mit Spiegeln und entsprechende Zeichnungen können dem Drittel der Schüler helfen, deren Vorstellungen über Symmetrie nicht Erfolg führend waren.



Dieser Lehrplanbereich erzielte im Schnitt eine Lösungsquote von 63 %. Im Zentrum stehen die Größenbereiche Längen und Flächeninhalte. Die einzelnen Aufgaben zu diesen beiden Bereichen wurden sehr einheitlich gelöst.

Aufgabe 9 zeigt mit einer Lösungsquote von 66 %, dass etwa zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler grundlegende begriffliche Vorstellungen von Flächeninhalten haben. Teilnehmer ohne diese sicheren Vorstellungen (ein Drittel der Sechstklässler in Bayern) benötigen ausreichende anschauliche und begriffsbildende Übungen zu Flächeninhalten, bevor sie diese rechnerisch zu ermitteln lernen.

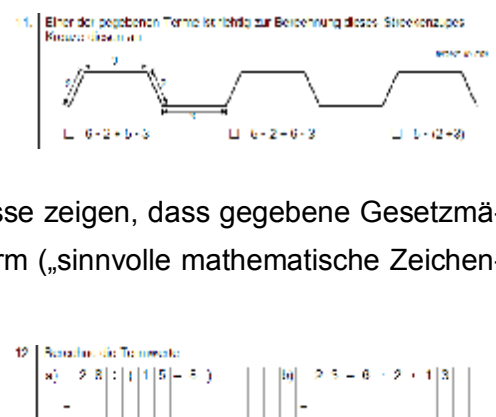
In Aufgabe 10 mussten in einer Zeichnung fehlende Maße eingetragen werden. Diese konnten ohne Rechnung sehr leicht im Kopf ermittelt werden, was 64 % der Schülerinnen und Schüler gelang. Bei der Ermittlung des Umfangs aus diesen Maßen (Folgefehler wurden gewertet), waren 60 % erfolgreich.



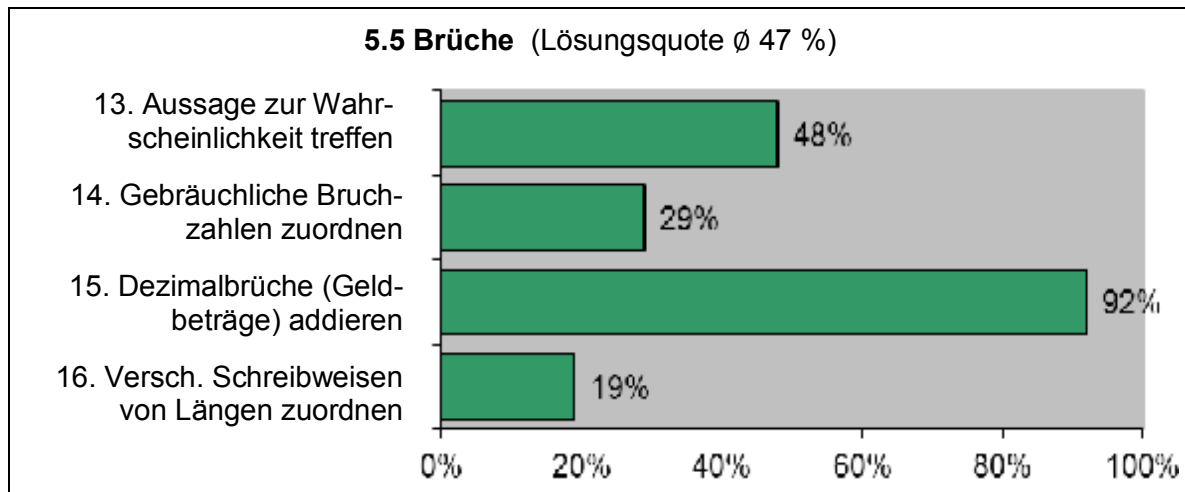
In diesem Bereich, der ein Ansetzen und Berechnen bzw. Lösen von Termen und Gleichungen verlangt, liegt die Lösungsquote von 56 % knapp über dem Durchschnitt der Jahrgangsstufenarbeit (54 %).

In Aufgabe 11 musste einer Grafik der passende Term zugeordnet werden, was von der Hälfte der bayerischen Sechstklässler erfolgreich gelöst wurde. Hierfür reichten die Kenntnisse über einfache Regeln der Addition und Multiplikation (z. B. $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 6 \cdot 2$) aus. Die Ergebnisse zeigen, dass gegebene Gesetzmäßigkeiten von vielen Schülerinnen und Schülern nicht als Term („sinnvolle mathematische Zeichenreihe ohne Relationszeichen“) gedeutet werden können.

Mit 81 % Lösungsquote rangiert Aufgabe 12a auf Platz 2. Bei der Lösung des Termwerts musste die Klammerregel



beachtet werden, die Rechnung selbst war einfach gehalten und konnte von sehr guten Schülern auch im Kopf gelöst werden. Eine ähnliche Aufgabe, bei der die Punkt-vor-Strich-Regel beachtet werden musste (12b), verzeichnet dagegen nur eine Lösungsquote von 37 % und befindet sich somit auf Rang 21. Auch diese Aufgabe konnte im Kopf gelöst werden, wenn die Regel beachtet wurde. Eine mögliche Interpretation dieser sehr unterschiedlichen Lösungsquoten wäre, dass Klammern als extra Zeichen erkannt und beachtet werden, der Malpunkt als vorrangiges Rechenzeichen jedoch nicht verinnerlicht ist.



Mit einem Ergebnis von 47 % bildet der Bereich 'Brüche' das Schlusslicht aller inhaltlichen Bereiche, die einzelnen Aufgaben wurden sehr uneinheitlich gelöst. Ein Verständnis des Bruchbegriffs und einfache Rechenoperationen mit alltäglichen Bruchzahlen bilden die Lerninhalte.

Aufgabe 13, die das Ankreuzen der richtigen Aussage zur Wahrscheinlichkeit beim Würfeln erwartete, lösten 48 % der Schüler. Neben zwei eindeutigen Aussagen, war es bei der ersten gegebenen Möglichkeit wichtig, zu unterscheiden, dass ein Würfel weniger Zahlen hat, die kleiner als drei sind (1, 2), als solche, die größer als drei sind (4, 5, 6). Knobelaufgaben aller Art können, wie hier gefordert, das problemorientierte Denken von Schülern stützen.

13. Dem Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit für jede Augenzahl gleich groß ($\frac{1}{6}$). Es wird ein Mal gewürfelt. Nur eine Aussage stimmt! Kreuzen sie an.

- Die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl größer als 3 zu würfeln ist gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl kleiner als 3 zu würfeln.
- Die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu würfeln ist größer als die Wahrscheinlichkeit, eine 1 zu würfeln.
- Die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu würfeln ist gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit, eine ungerade Zahl zu würfeln.

Auf dem zweitletzten Rang (Rang 23) befindet sich Aufgabe 14. Drei sehr gebräuchliche Bruchzahlen, wie sie in der Grundschule schon verwendet werden, sollten in einem Zahlenstrahl eingetragen werden. Die geringe Lösungsquote kann dadurch entstanden sein, dass es nur bei komplett richtiger Lösung einen Punkt gibt. Mit der vorgegebenen Einteilung am Zahlenstrahl waren diese gebräuchlichen Bruchzahlen – sofern eine sichere Bruchvorstellung vorhanden ist – jedoch leicht zuzuordnen.

14. Trage folgende Bruchzahlen auf dem Zahlenstrahl ein: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$

Aufgabe 15, bei der Dezimalbrüche (Geldbeträge) addiert werden sollten, war die am besten gelöste Aufgabe (92 %).

15. Eine Kupfermünze hat für 20 Cent, einen Fünf für 1,00 Euro und drei Euro-Scheine für 1,20 Euro. Wie viel mehr Geld besitzen sie?

Es sind ... Cent ... Euro ...																			

Hier zeigen sich sichere Vorstellungen über die Rechenoperation und das Umwandeln von Einheiten, wie sie täglich verwendet werden.

Die Umrechnung von Längeneinheiten bzw. die richtige Zuordnung unterschiedlicher Darstellungen von Längen wurde mit 29 % am schlechtesten von allen Aufgaben gelöst. Ähnlich wie in Aufgabe 14 erforderte die richtige Lösung drei korrekte Zuordnungen. Teilweise mehrfache Umrechnungen pro Aufgabe erschwerten die Lösungsfindung, jedoch konnten die Aufgaben auch aufgrund einer ungefähren Größenvorstellung im Ausschlussverfahren ohne große Umrechnungen gelöst werden.

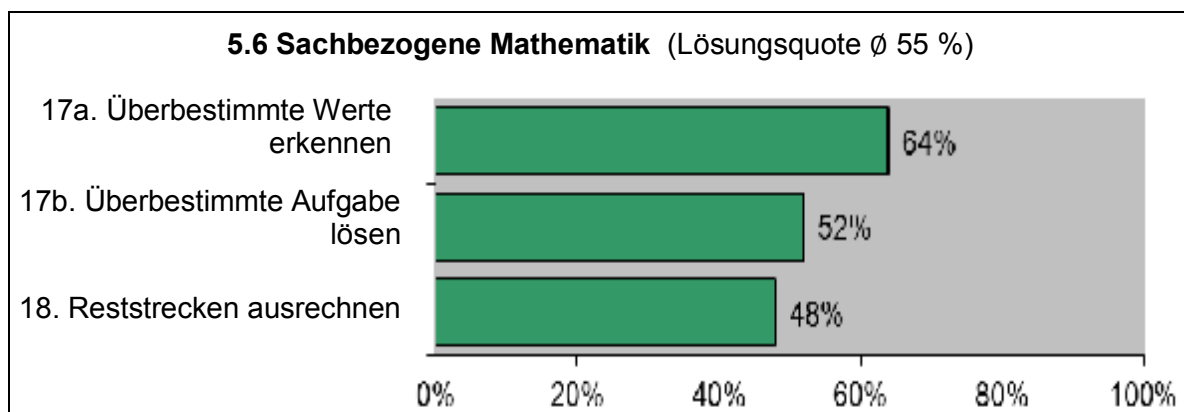
10. Verbinde gleiche Längen mit einem Linien.

$0,7 \text{ m} =$	$- 205 \text{ m}$
$257 \text{ km} =$	$- 7 \text{ km} 210 \text{ m}$
$2 \text{ km} + 5 \text{ mm} =$	$- 0 \text{ km} + 10 \text{ mm}$
	$- 0,7 \text{ km}$

11. Ein Auto hat 100 km/h und fährt in 5 Stunden 4100 km zurück. Welche Fahrstrecke schafft es in eine Stunde?

a) Streiche die Zahl, die zur Beantwortung nicht benötigt wird durch.
 b) Beantworte die Rechenfrage.

In einer Stunde schafft der Autobus km.



Zwei Aufgaben, die gezielt der „Sachbezogenen Mathematik“ zugeordnet wurden (neben Sachaufgaben auch in anderen Bereichen), konnten im Schnitt von 55 % der Schüler gelöst werden. Eine geänderte Aufgabenkultur integriert die „Sachbezogenheit“ bzw. „Alltagsnähe“ mathematischer Aufgaben in jeden mathematischen Inhalt. Neben Zahl- und Größenvorstellungen sowie dem Beherrschen von Rechenverfahren müssen vor allem Problemlösestrategien und mathematisches Modellieren bei der Bearbeitung von Sachproblemen angewandt werden.

In einer überbestimmten Aufgabe (Nr. 17) mussten die Teilnehmer aus einem relativ kurzen Text eine nicht relevante Angabe streichen, was knapp zwei Drittel (64 %) der Schülerinnen und Schüler gelang. Die richtige Lösung der Aufgabe ermittelte dagegen nur gut die Hälfte (52 %). Geht man davon aus, dass mit dem Streichen der nicht benötigten Angabe die Aufgabe im Wesentlichen verstanden worden ist, sollte individuell geklärt werden, welche Probleme eine korrekte Lösung behinderten.

17. Ein Auto hat 100 km/h und fährt in 5 Stunden 4100 km zurück. Welche Fahrstrecke schafft es in eine Stunde?

a) Streiche die Zahl, die zur Beantwortung nicht benötigt wird durch.
 b) Beantworte die Rechenfrage.

In einer Stunde schafft der Autobus km.

Von knapp 50 Prozent der Schülerinnen und Schüler konnten nicht angegebene Fahrstrecken einer Fahrradtour ermittelt werden. Auch hier empfiehlt sich eine individuelle Problemanalyse, da weder Text noch Rechnung (erwartet werden Addition und Subtraktion) besonders anspruchsvoll sind.

10. Geht mit Maria nach dem 2. Tag in Richtung Tübingen und erreichte sie am 4. Tag.

1. Tag	78 km	Am 4. Tag fuhr sie 9 km mehr als am ersten Tag. Wie weit müssen Sie am vierten Tag nachfahren?
2. Tag	62 km	
3. Tag	... km	
4. Tag	... km	
5. Tag	264 km	

5 Zusammenfassende Wertung

Wie immer zeigt sich bei der Gesamtauswertung der Jahrgangsstufenarbeit Mathematik ein starkes Mittelfeld (Noten 3 und 4) mit relativ schwachen Rändern (Noten 1 und 2 bzw. 5 und 6):

Noten 1 und 2 Lösungsquote > 67%	Noten 3 und 4 Lösungsquote 67 % – 35 %	Noten 5 und 6 Lösungsquote < 35%
18 % (Vorjahr: 17%)	60,2 % (Vorjahr: 62%)	21,8 % (Vorjahr: 21%)

Nachdem sich im letzten Jahr die 'Risikogruppe' (Noten 5 und 6) deutlich verringert hatte (von 31 % auf 21 %) ist sie dieses Jahr relativ stabil geblieben (22 %), liegt allerdings mit einem guten Fünftel der Sechstklässler in der bayerischen Haupt-/Mittelschule weiterhin sehr hoch. Obwohl in Jahrgangsstufe 5 großteils Grundschulhalte wiederholt und ausgebaut werden und als neues Thema lediglich der Bruchbegriff hinzukommt, zeigen die Ergebnisse, dass wesentliche Grundlagen nicht gefestigt sind und den Schülerinnen und Schülern für ein Weiterlernen nicht zur Verfügung stehen.

Spezifische Schwächen können nur in geringem Maße einem mathematischen Lernbereich zugeordnet werden. Dagegen lassen sich Defizite Themen übergeordnet gruppieren:

- fehlende **Begriffsvorstellungen** (z. B. Aufgabe 7: Raumvorstellungen beim Quader, Aufgabe 11: Termbegriff als mathematischer Ausdruck, Aufgabe 14: Bruchzahlen zuordnen)
- nicht gesicherte **Routineabläufe** (z. B. Aufgabe 12b: Punkt-vor-Strich-Regel, Aufgabe 16: Umwandlung von Längeneinheiten)
- Fehlen von grundlegenden Strategien zur **Problemlösung und Modellierung** von Aufgaben (z. B. Aufgabe 3: Anzahlen abschätzen und Strategie begründen, Aufgabe 18: Sachaufgabe Teilstrecken berechnen)

Diesen Defiziten kann nicht begegnet werden, indem der Anspruch in Mathematik generell reduziert wird, vielmehr müssen individuell vorhandene Stärken erkannt und ausgebaut, vorhandene Defizite behoben werden (siehe 6 Konsequenzen/Weiterarbeit).

Begriffliche Klarheit mathematischer Inhalte und Aspekte sowie ein Mindestmaß an rechnerischen Routinen sind Voraussetzung, um Mathematik betreiben zu können. In diesem Zusammenhang ist auch ein stärker prozessorientierter Mathematikunterricht mit anderen, Konstruktion und Kreativität fördernden Aufgaben gegenüber dem oftmals rein ergebnisorientierten Unterricht zu begrüßen.

Ein Vergleich mit den Ergebnissen der Aufgaben der Vorjahre ist nur bedingt möglich, da die Aufgabenstellungen variieren. In Mathematik ergibt sich aus diesen Änderungen oft eine andere Schwerpunktsetzung. Die nach Inhalten gegliederten Bereiche beinhalten jeweils unterschiedliche Anforderungsniveaus:

- Grundlagenwissen
- Sicheres Ausführen von Routinen
- Verknüpfen von Operationen und Prozessen
- Anwenden mathematischer Fertigkeiten und Fähigkeiten in komplexeren Kontexten
- Kreatives Problemlösen

Diese können auf dem Erwartungshorizont der Jahrgangsstufe 5 auch als Kompetenzstufen (vom Wissen über Strukturen zum Mathematisieren – immer bezogen auf Teilbereiche) interpretiert werden.

6 Konsequenzen / Weiterarbeit

Seit Einführung der Jahrgangsstufenarbeiten ist es ein zentrales Anliegen, die Ergebnisse für eine erste **Analyse der Schülerkompetenzen** heranzuziehen und ausgehend davon konkrete Problemstellen bei der einzelnen Schülerin/dem einzelnen Schüler zu eruieren, um eine **gezielte Förderung** planen und durchführen zu können. Die Schülerin/der Schüler soll hierbei eingebunden werden, was in einem ersten Schritt durch eine übersichtliche Darstellung seiner Leistungen auf dem Aufgabenblatt durch die Schülerin/den Schüler selbst erfolgen kann. Da mathematische Aufgaben immer vielschichtig sind und falsche Lösungen mannigfaltige Ursachen haben können (individuelle Probleme können von unsicheren Begriffsvorstellungen bis zu falsch konstruierten Strategien reichen), bedarf es stets einer Auseinandersetzung mit den Ursachen für falsche Lösungen. Diese Arbeit ist nicht ausschließlich von der Lehrkraft zu leisten, sondern soll zunehmend in die Verantwortung der Schülerin/des Schülers selbst und von Kleingruppen gegeben werden (Stichwort 'Arbeit am Fehler'). Eine ausführliche Auseinandersetzung vor allem mit den Leistungen der 'Risikoschüler' ist unabdingbar.

Durch das Konzept der **modularen Förderung in Mathematik** in der Haupt-/Mittelschule, mit seinem zentralen Anliegen des kompetenzorientierten, individuellen Lernens, ändert sich der Blickwinkel der Unterrichtsplanung und -gestaltung. Das Lernangebot an die Schülerin/den Schüler richtet sich in erster Linie nach seinem Kenntnisstand (bekannte Schlagworte sind 'kumulatives Lernen' und 'den Schüler abholen, wo er steht'), erst in zweiter Hinsicht nach lehrplanbezogenen Kriterien. Dabei können die geforderten **Kompetenzen**, für den Hauptschulabschluss und den Mittleren Schulabschluss in den KMK-Standards 2004 formuliert und auf die einzelnen Jahrgangsstufen im bayerischen Lehrplan für die Hauptschule aufgegliedert, **auf unterschiedlichem Niveau** erreicht werden. Sicherheit in begrifflichen Vorstellungen, Routineabläufen und im Einsatz von einfachen Strategien ermöglicht der Schülerin/dem Schüler erst ein Arbeiten auf anspruchsvollerem Niveau.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der modularen Förderung ist eine verstärkte Konzentrierung auf **nachhaltiges Lernen**. In diesem Zusammenhang wird die im Lehrplan 2004 formulierte Wiederholung konsequent eingefordert und themenübergreifend für alle Lehrplaninhalte gesehen, umgesetzt z. B. in einer täglichen Warm-up-Phase sowie durch gute und offene Aufgabenformate. Dies zeigt sich auch in Probearbeiten, die über das Schwerpunktthema hinaus grundlegende Kenntnisse abprüfen.

Durch eine Analyse der Klassen- und Einzelergebnisse kann jede Lehrkraft die Testergebnisse nutzen, um Stärken und Schwächen der eigenen Klasse oder einzelner Schülerinnen und Schüler absolut und im Vergleich zu anderen Schulen festzustellen. Ebenso kann durch Aufbereitung der Er-

gebnisse den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit gegeben werden, sich selbst in der Relation zu anderen Gleichaltrigen zu sehen. Durch Vergleich der Noten der Klassenarbeiten mit den in der Jahrgangsstufenarbeit erzielten Noten finden Lehrkräfte Anhaltspunkte, inwieweit die eigene Beurteilung auf einem mit anderen Schulen vergleichbaren Niveau ist.

Stimmen Übungs- und Testformate der eigenen Schule mit den in der Jahrgangsstufenarbeit geforderten wenig überein oder befindet sich die Schule zum wiederholten Mal im unteren Drittel der Skala, bieten Fortbildungen Anregungen für die Unterrichts- und Schulentwicklung.

Mögliche Vorgehensweisen:

- Gezielte Selbstreflexion und persönliche Weiterbildung
- Kontaktaufnahme mit **Mathematikexperten** (MAEX, Multiplikatoren für Mathematik – zentrale Ausbildungspunkte: gute Aufgaben, modulare Förderung/individuelles Lernen, Diagnose)
- SchiLF zu weiteren neuen didaktischen Ansätzen sowie Diagnose-, Übungs- und Testformen im Fach Mathematik
- Aktivierung der Schülerinnen und Schüler durch innovative Formen des Lehrens und Lernens, etwa durch materialgeleitetes, projektorientiertes, selbst gesteuertes Arbeiten
- Gegenseitige Hospitation und Beratung von Lehrkräften der Schule als Fachkräfte für Erziehung und Unterricht
- Kooperation mit anderen Schulen, deren Erfahrungen und erfolgreiche Konzepte in einem Fortbildungsprogramm 'Schulen fördern Schulen' ausgetauscht werden können

Für eine gezielte Weiterarbeit an den Aufgaben der Jahrgangsstufenarbeiten erstellt das ISB Hinweise, die jeweils aktualisiert auf der Homepage veröffentlicht werden.