Jahrgangsstufenarbeiten 2008 an bayerischen Hauptschulen
Ergebnisanalyse MATHEMATIK – Jahrgangsstufe 6

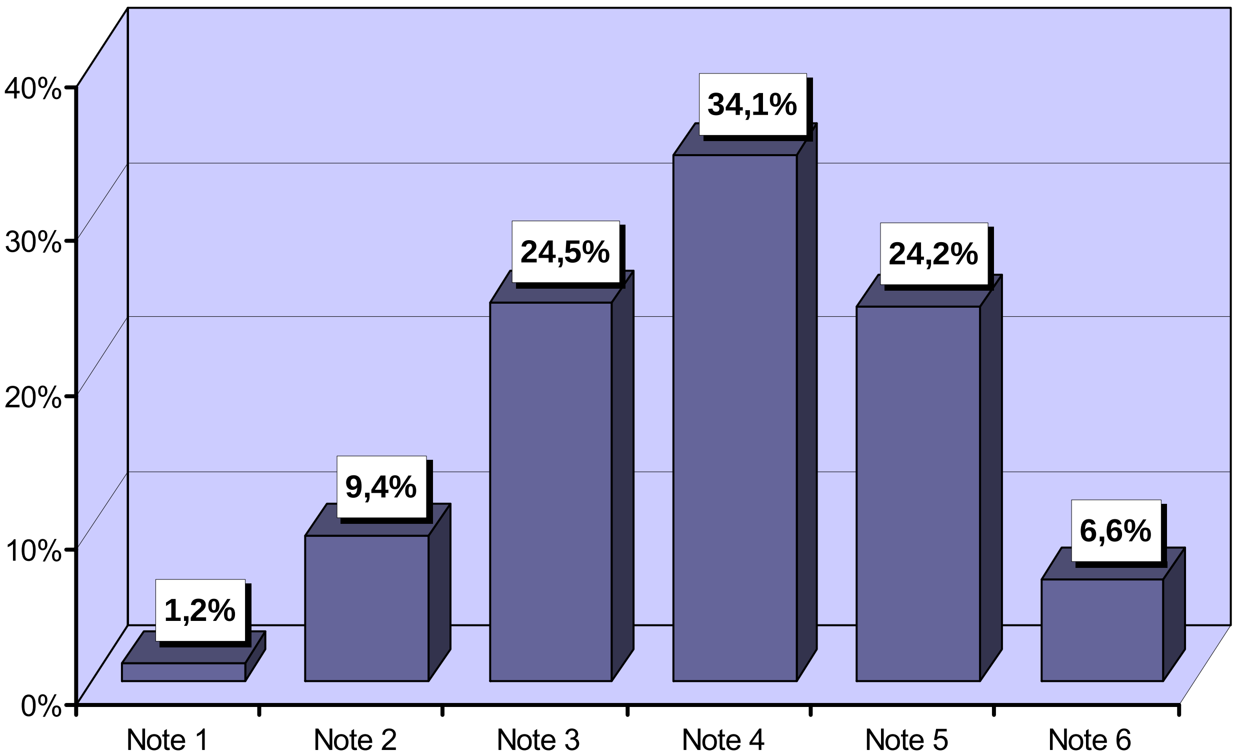
1 Testergebnisse

1.1 Gesamtergebnis

(Angaben vom Vorjahr in Klammern)

	2008 *(2007)*
Teilnehmer gesamt	**39 312** *(38 662)*
Nichtteilnehmer gesamt	**1 643** *(1 799)*
Gesamterfassung Aufgaben: Prozentual erreichte Punkte	**45%** *(44%)*
Notendurchschnitt	**3,90** *(3,88)*

1.2 Notenverteilung in Prozent



1.3 Notenverteilung in den einzelnen Regierungsbezirken

(Angaben in Prozent)

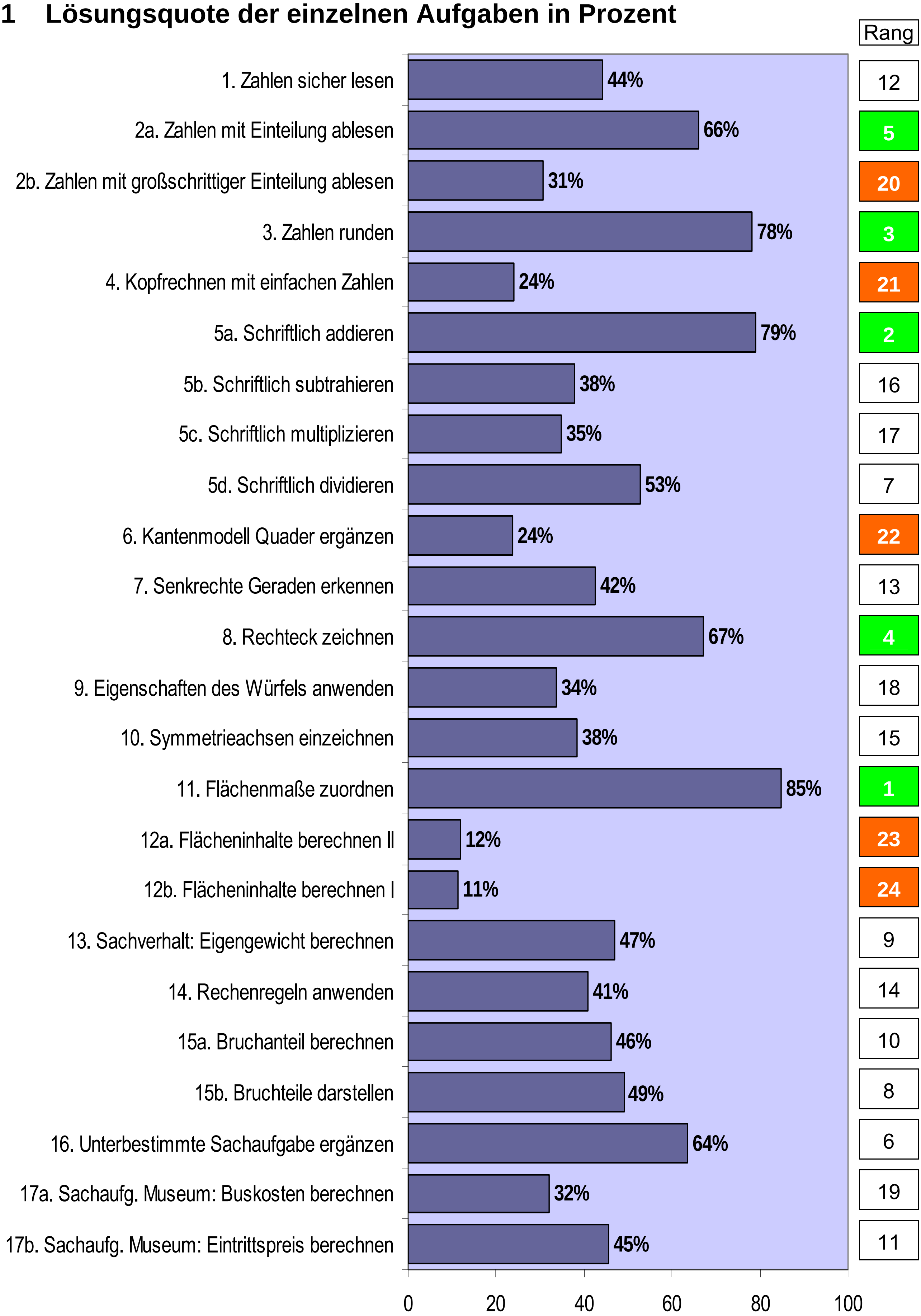
	Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6	Ø Note
Obb	**1,2**	**8,8**	**23,3**	**32,6**	**26,0**	**8,0**	***3,98***
Ndb	**1,5**	**10,6**	**26,1**	**33,8**	**22,0**	**6,1**	***3,83***
Opf	**2,1**	**12,8**	**28,2**	**33,3**	**19,1**	**4,5**	***3,68***
Ofr	**0,8**	**8,2**	**22,5**	**34,6**	**26,3**	**7,6**	***4,00***
Mfr	**0,8**	**7,3**	**21,8**	**35,5**	**26,9**	**7,3**	***4,03***
Ufr	**1,7**	**10,0**	**25,9**	**35,4**	**21,7**	**5,3**	***3,81***
Schw	**0,9**	**9,6**	**25,8**	**34,8**	**23,5**	**5,4**	***3,87***

1.4 Notenschlüssel

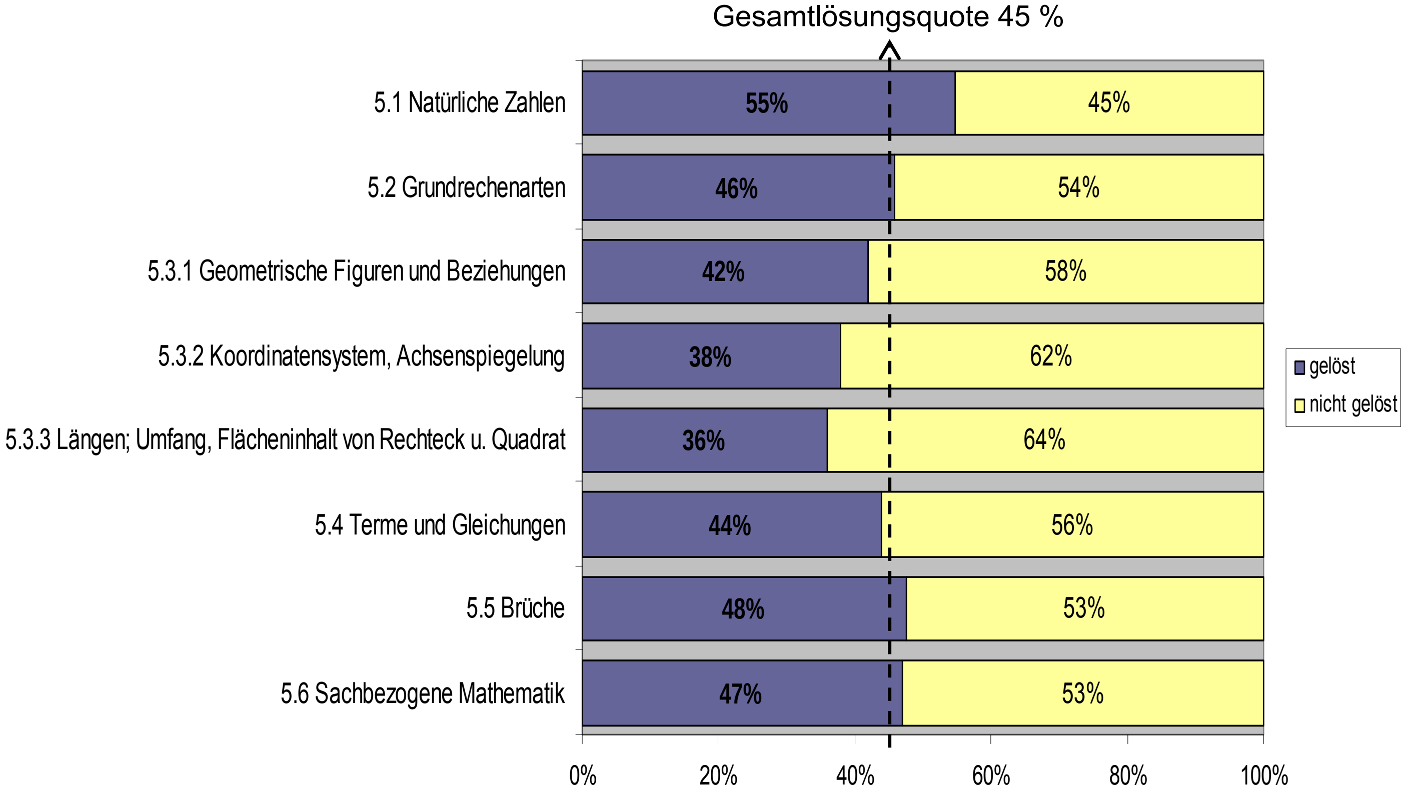
Prozentuale Punkteverteilung	Punkte	Note
100 % – 85 %	24 – 21	1
84 % – 68 %	20 – 17	2
67 % – 51 %	16 – 11	3
50 % – 35 %	12 – 9	4
34 % – 19 %	8 – 5	5
18 % – 0 %	4 – 0	6

2 Aufgabenbezogene Auswertung

2.1 Lösungsquote der einzelnen Aufgaben in Prozent



2.2 Lösungsquoten der Aufgaben nach den Lehrplanbereichen



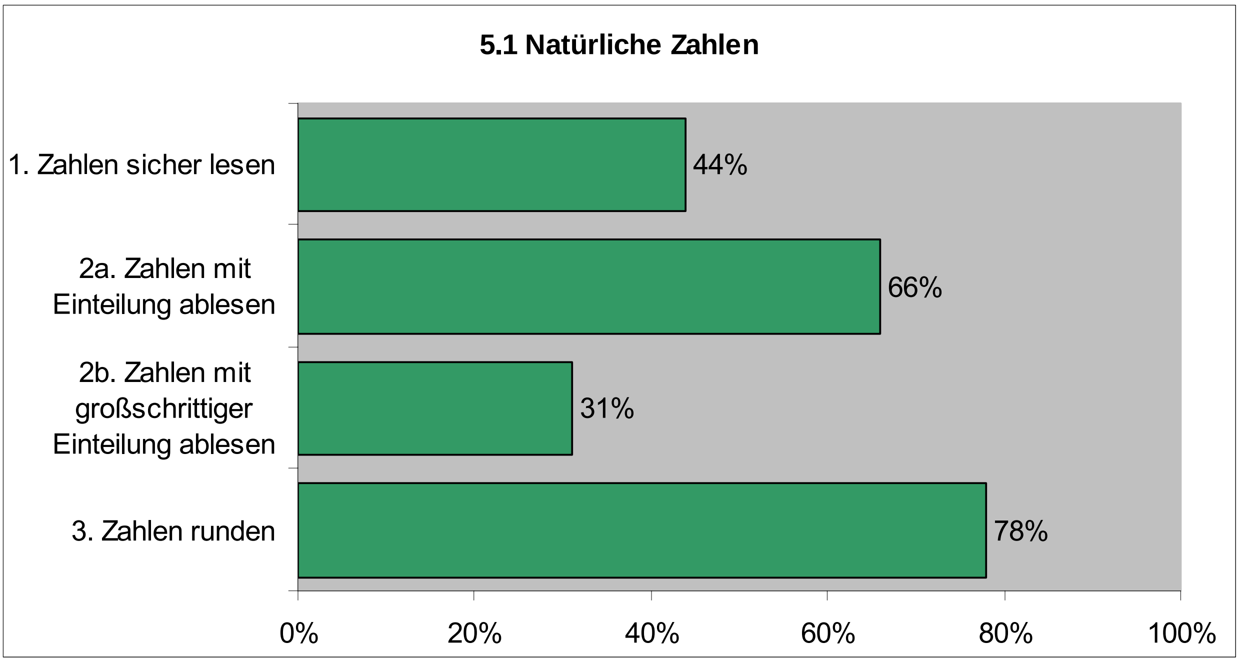
Lösungsquote der drei geometrischen Bereiche: 39%.

3 Analyse der Testergebnisse

3.1 Überblick

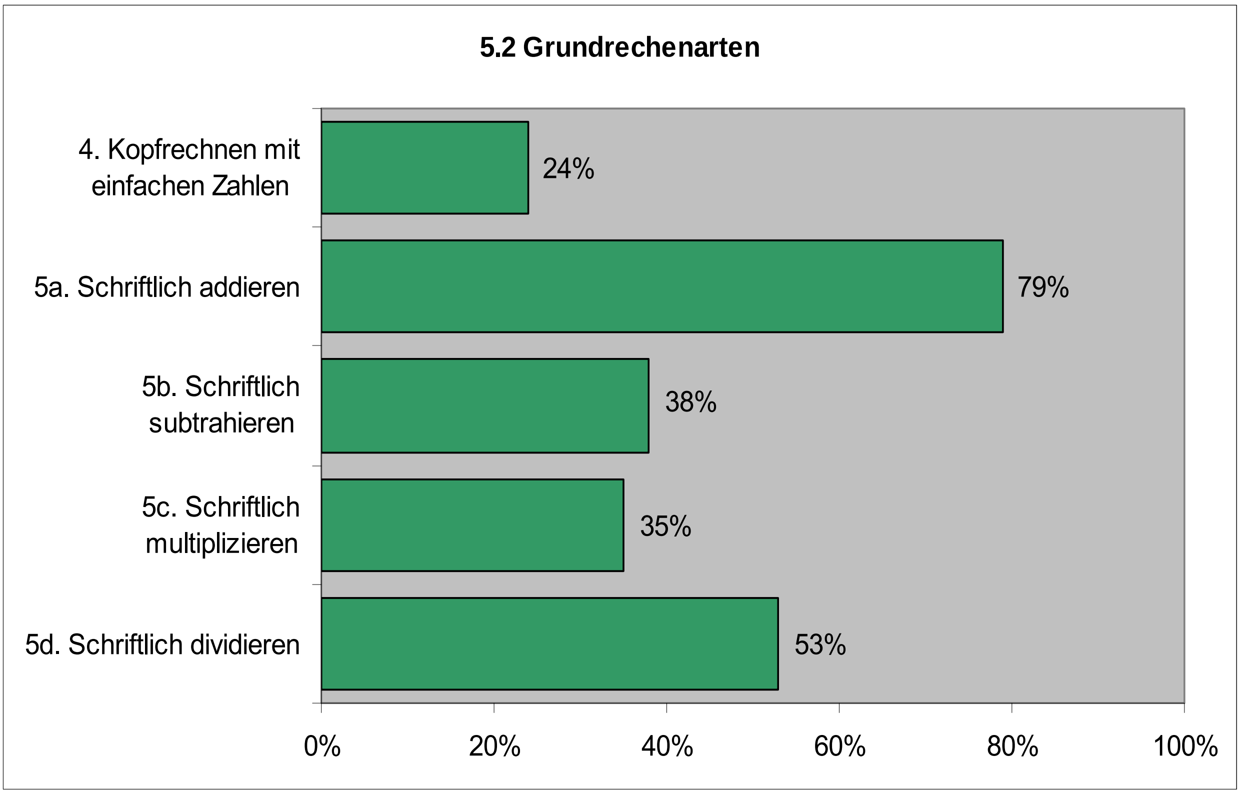
Die Jahrgangsstufenarbeit Mathematik wurde für die Jahrgangsstufe 6 am 09. Oktober 2008 durchgeführt. Es nahmen 39 312 Schüler teil. Die Gesamtlösungsquote aller Aufgaben beträgt 45%, der Notenschnitt liegt bei 3,90. Die Aufgaben für die Jahrgangsstufenarbeiten wurden in Vortests pragmatisch erprobt. Es können deshalb Aussagen über besondere Aufgabenschwierigkeiten getroffen werden.

3.2 Ergebnisse der einzelnen Teilbereiche



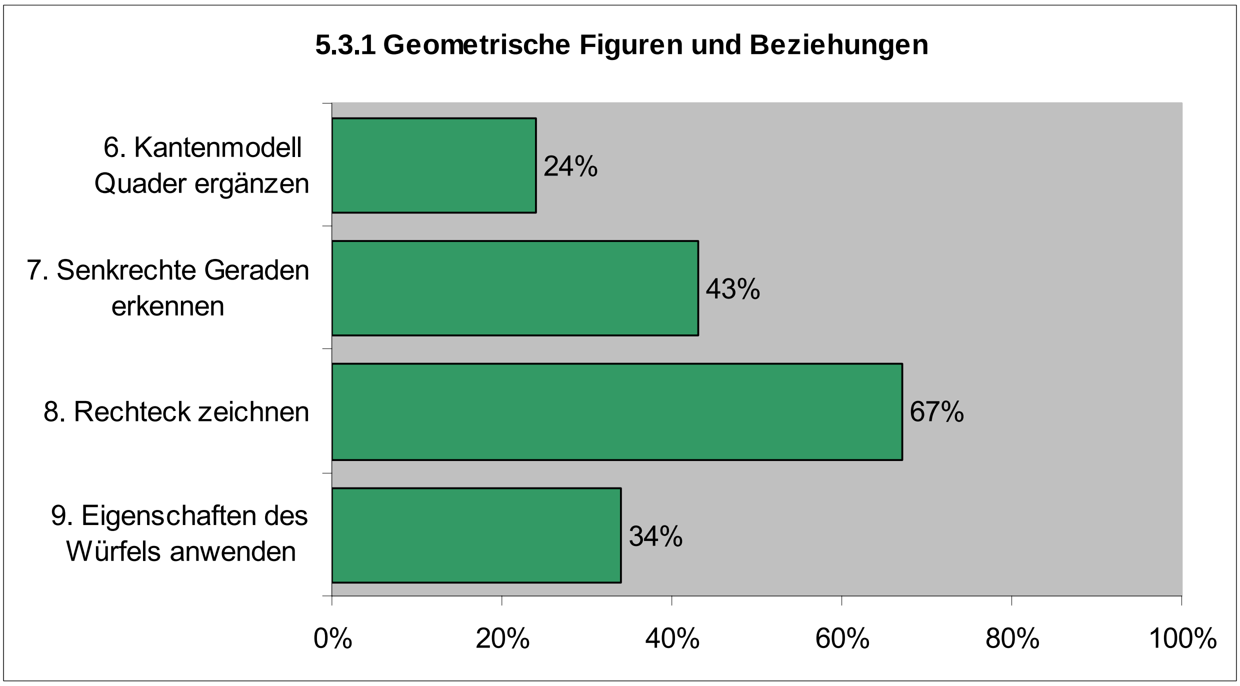
In diesem Bereich geht es um Basiskenntnisse wie Zahlvorstellungen und das Ausführen einfacher Operationen, wie sie in der Grundschule schon vorhanden und in der Hauptschule konsequent geübt sein sollen. Von allen inhaltlichen Bereichen wurde dieser mit einer Lösungsquote von 55% Lösungsquote am besten gelöst.

In Aufgabe 1 sollten die Schüler alle Zahlwörter durchstreichen, die nicht korrekt sind. Die richtige Lösung für alle vier Zahlwörter wurde von 44% der Schüler angegeben. Bei Schülern, die diese Aufgabe nicht gelöst haben, können vorhandene Probleme genauer analysiert werden, wenn ähnliche Aufgaben auch mündlich gegeben werden. Die beiden Aufgaben, bei denen jeweils zwei Zahlen aus Diagrammen abgelesen werden sollen, wurden sehr unterschiedlich gelöst. In Teilaufgabe 2a waren Zahlen gefragt, denen im Diagramm eine eindeutige Markierung zugeordnet werden konnte. Bei Aufgabe 2b waren diese Markierungen zu ergänzen. Sowohl Zahlbereich als auch Anzahl der Unterteilungen sind in Aufgabe 2a größer, trotzdem haben etwa doppelt so viele Schüler diese Aufgabe erfolgreich gelöst (66%) wie die Aufgabe 2b (31%). Bei dieser Aufgabe musste eine Ziffer in einer Zahl so ergänzt werden, dass sich das angegebene Rundungsergebnis (auf Tausender bzw. Hunderter) als richtige Lösung ergab. Diese Aufgabe konnten vier Fünftel aller Schüler lösen.



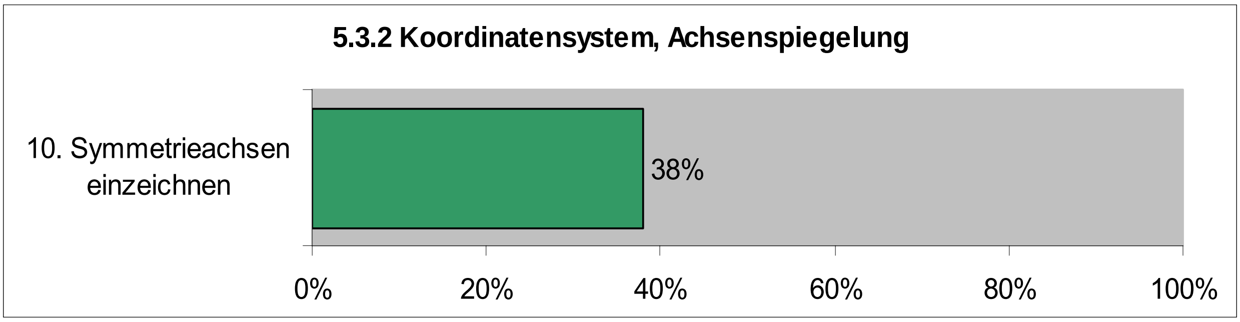
In diesem Bereich geht es weitgehend um das sichere Beherrschen von Rechenroutinen. Mit 46% liegt die Lösungsquote dieses Aufgabenbereichs nahe am durchschnittlichen Ergebnis der Jahrgangsstufenarbeit (45%), wobei die Lösungsquoten der einzelnen Aufgaben zwischen 1/4 und 4/5 sehr unterschiedlich sind.

Beim Kopfrechnen mit einfachen Zahlen war es wichtig, eine Strategie zu finden, um die angegebene Aufgabe mittels Multiplikation lösen zu können. Dies gelang etwa einem Viertel aller Schüler, womit die Aufgabe zu den fünf am schlechtesten gelösten gehört. Da davon ausgegangen werden kann, dass die reine Rechnung ($10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$) mehr Schüler hätten lösen können, besteht Übungsbedarf hauptsächlich im Modellieren von Situationen. Bei den Routineaufgaben zu den vier Grundrechenarten wurden die Aufgaben zur Addition mit 79% Lösungsquote am zweitbesten von allen Testaufgaben gelöst. Die schriftliche Division konnten gut die Hälfte aller Schüler durchführen, Subtraktion und Multiplikation etwa ein Drittel. Wer diese Aufgaben nicht lösen konnte, sollte eine Fehleranalyse durchführen, evtl. mit der Lehrkraft, um abzuklären, ob ein Rechen- oder Denkfehler vorliegt.



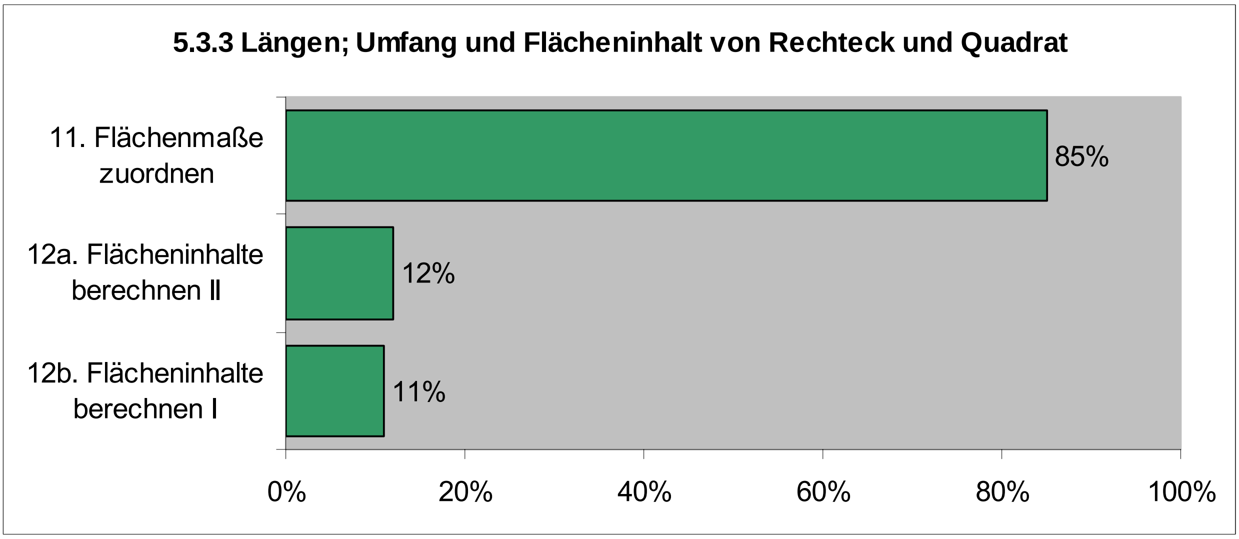
Bei den Aufgaben zu diesem Lehrplanbereich konnten durchschnittlich 42% der erreichbaren Punkte erzielt werden. Im Vergleich mit den anderen beiden geometrischen Themenbereichen (5.3.2: 38% und 5.3.3: 36%) schnitt dieser besser ab. Begriffliche Vorstellungen zu geometrischen Körpern und Flächen sowie der Umgang mit Zeichengeräten sind zentrale Themen dieses Bereiches.

Da in dieser Jahrgangsstufenarbeit die gegenüber einer Probenbewertung strengeren Testkriterien angewendet wurden, die eine Punktvergabe nur bei korrekter Lösung der *ganzen* Aufgabe vorsehen (keine Teilpunkte), kann es möglich sein, dass ein größerer Teil der Schüler entweder die genaue Anzahl von Kanten *oder* Eckpunkten angeben konnte, jedoch gelang es nur etwa einem Viertel, für beide Kriterien eines Quaders die richtige Lösung anzugeben. Diese Aufgabe zielt auf die begriffliche Vorstellung eines Kantenmodells und gehört zu den Grundkenntnissen, so dass für eine Stärkung dieser Grundlagen und des räumlichen Vorstellungsvermögens ähnliche Aufgaben in konsequenter Wiederholung im Unterricht, z. B. in der Warm-up-Phase, eingebaut werden sollten. Den Schnittpunkt senkrecht zueinander stehender Geraden (90°-Winkel) haben 43% der Schüler gesehen, ein Rechteck aus drei gegebenen Punkten sauber fertig zu zeichnen, gelang 67% (Rang 4). Auch Aufgabe 9 fordert räumliches Vorstellungsvermögen sowie die Kenntnis über Eigenschaften eines Würfels (z. B. 6 Seiten mit je 2 Schnurlängen). Etwa ein Drittel der Schüler fand hier die korrekte Lösung. Der notierte Rechenweg bzw. eine Schülererklärung zu dieser Aufgabe kann Aufschluss über vorhandene Probleme geben.



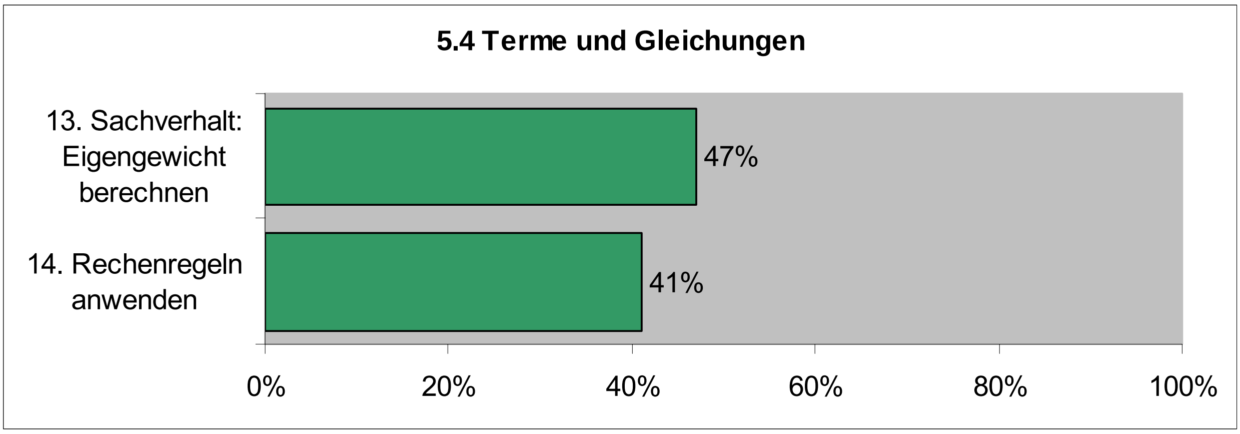
Wie bei geometrischen Aufgaben oft der Fall, wurde auch diese unter dem Durchschnitt der Jahrgangsstufenarbeit gelöst (38%).

Die einzig mögliche 'Schwierigkeit' dieser Aufgabe besteht darin, zu erkennen, dass die gegebene Figur genau zwei Symmetrieachsen hat. Um abzuklären, dass der Begriff 'Symmetrieachse' prinzipiell verstanden wurde, können im Unterricht Figuren mit nur einer Symmetrieachse vorgelegt werden. Schülern, die diese Aufgabe lösen konnten, sollten dagegen auch komplexere Figuren mit mehreren Symmetrieachsen für eine vertiefte Übung angeboten werden.



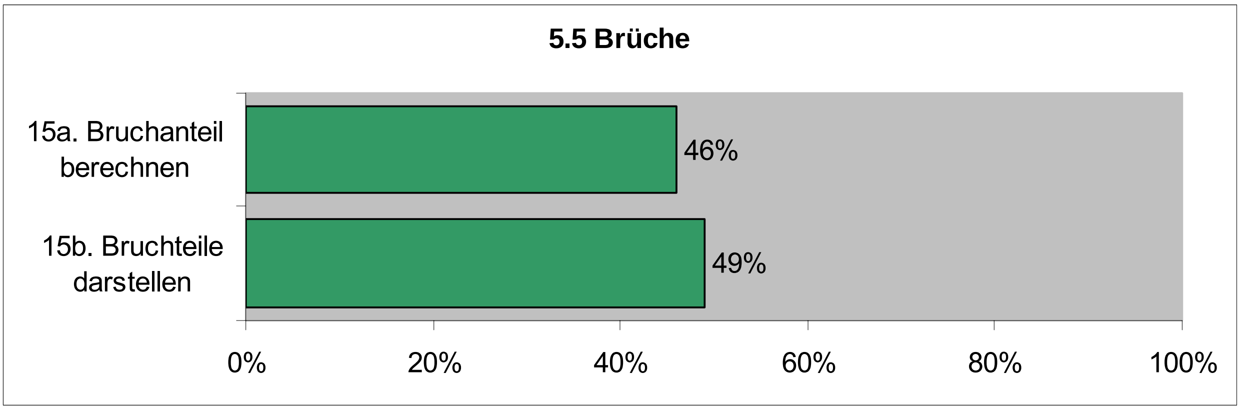
Dieser Lehrplanbereich erzielte im Schnitt eine Lösungsquote von 36% und ist somit der am schlechtesten gelöste Bereich. Im Zentrum stehen die Größenbereiche Längen und Flächeninhalte. Die einzelnen Aufgabenschwerpunkte (Größenvorstellung von Flächen bzw. Berechnung von Flächeninhalten) wurden sehr unterschiedlich gelöst.

Aufgabe 11 zeigt mit einer Lösungsquote von 85% (Rang 1), dass die Schüler eine gute Größenvorstellung von Flächenmaßen haben, wobei die Maßeinheiten nur in einem Fall ein gedankliches Umrechnen nötig machten (1 dm^2). Aufgabe 12a und 12b erfordern Kenntnisse über den Begriff 'Flächeninhalt' sowie eine Strategie seiner Berechnung (Flächen in berechenbare Einheiten zerlegen). Wie in den vorausgegangenen Jahren bildet dieses Themengebiet das Schlusslicht (Rang 23 und 24 von 24 Aufgaben). Da 2007 ein Flächeninhalt nur durch Abzählen von Maßquadraten und ohne Maßangabe anzugeben war, wobei auch hier die Lösungsquote sehr gering war (26%) und auch in dieser Jahrgangsstufenarbeit die Rechnung (gewählte Länge einer Teilfläche mit 1 multipliziert) nicht im Zentrum der Aufgabe stand, liegt der Rückschluss nahe, dass viele Schüler das Prinzip der Flächeninhaltsberechnung nicht verinnerlicht haben. Langfristiger handelnder Zugang sowie konsequente einfache Übungen zum Aufbau und zur Stützung der begrifflichen Vorstellung sollten den Unterricht kennzeichnen.



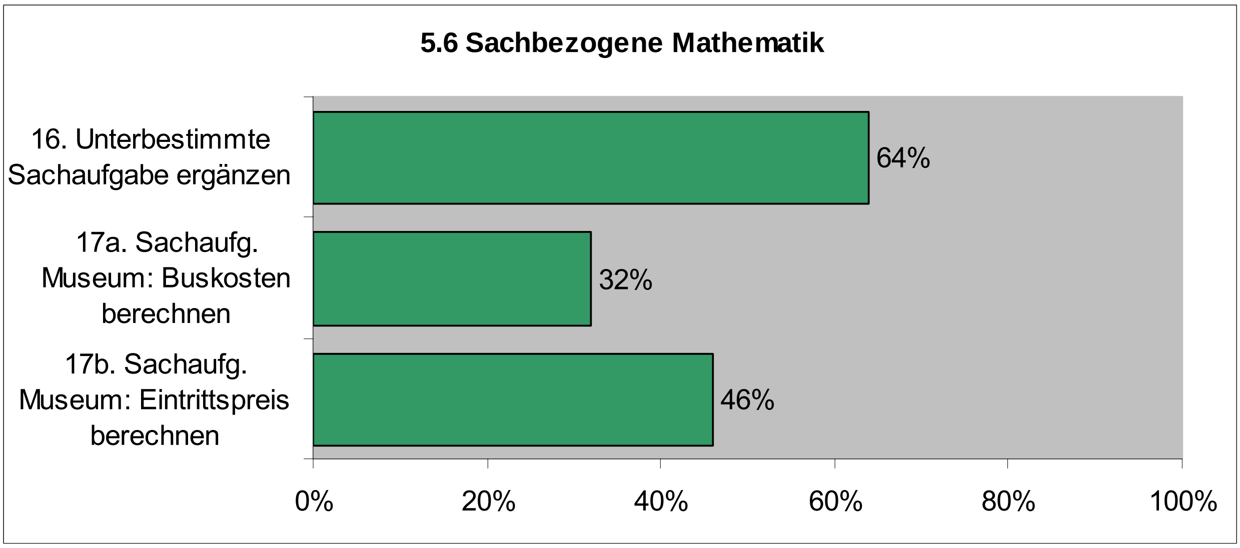
In diesem Bereich, der ein Ansetzen und Berechnen bzw. Lösen von Termen und Gleichungen verlangt, liegt die Lösungsquote von 44% nahe dem Durchschnitt der Jahrgangsstufenarbeit (45%).

Aufgabe 13 konnte auch ohne Aufstellen einer Gleichung gelöst werden durch schrittweise Berechnung, auch im Kopf. Knapp die Hälfte der Schüler (47%) konnte die Lösung angeben. Im Einzelfall sollte analysiert werden, ob ein erfolgloses Lösen der Aufgabe an den rechnerischen Fertigkeiten gelegen hat oder daran, dass die Maßeinheit nicht angegeben worden ist. Etwa zwei Fünftel der Schüler haben Aufgabe 14 erfolgreich gelöst. Hier musste eine Klammer gesetzt werden, wobei dies nur sinnvoll erfolgen konnte, wenn die Rechenregel 'Punkt-vor-Strich' berücksichtigt wurde.



Mit einem Ergebnis von 48% liegt der Bereich 'Brüche' nur wenige Prozentpunkte über dem Durchschnitt der Jahrgangsstufenarbeit (45%). Ein Verständnis des Bruchbegriffs und einfache Rechenoperationen mit alltäglichen Bruchzahlen bilden die Lerninhalte.

Mit der etwas höheren Lösungsquote von Aufgabe 15b (49%) gegenüber Aufgabe 15a (46%) drängt sich der Rückschluss auf, dass ein Verständnis für 2/3 einer Gesamtmenge von der Hälfte der Schüler vorhanden ist, jedoch rechnerische Fehler aufgetreten sind. Bei der Hälfte der bayerischen Schüler, die Aufgabe 15b nicht lösen konnten, sollte eine genaue Fehleranalyse erfolgen. Falls kein Folgefehler aus Aufgabe 15a vorliegt und andere Faktoren ausgeschlossen werden können (z. B. Leseverständnis), haben diese Schüler das zentrale Lernziel aus Jahrgangsstufe 5, begriffliche Vorstellungen zu Brüchen aufzubauen, nicht erreicht.



Die sachbezogene Mathematik unterscheidet sich von den anderen inhaltlichen Themenbereichen in Mathematik insofern, als neben Zahl- und Größenvorstellungen sowie dem Beherrschen von Rechenverfahren vor allem Problemlösestrategien bei der Bearbeitung von Sachproblemen angewandt werden müssen. Mit 47% Lösungsquote liegt auch dieser Bereich nahe dem Bayernschnitt der Jahrgangsstufenarbeit (45%).

Die unterbestimmte Sachaufgabe konnten etwa zwei Drittel der Schüler ergänzen. Bei der Bearbeitung der etwas komplexeren Sachaufgabe (Klassenfahrt ins Museum − Kosten berechnen) war bei den Aufgaben 17a und 17b jeweils eine Bedingung zu beachten (110 km als einfache Strecke; freier Eintritt für 3 Schüler). Da die reinen Rechenoperationen etwa gleichwertig sind ($220 \cdot 3$ und $21 \cdot 4$) erklärt sich der deutliche Unterschied in den Lösungsquoten (siehe Diagramm oben) am ehesten dadurch, dass die Bedingung in Aufgabe 17a nicht beachtet worden ist. Als zentraler Lerninhalt beim Lösen von Sachaufgaben sollte dies im Unterricht − auch ohne Rechnung − immer wieder thematisiert und geübt werden.

4 Zusammenfassende Wertung

Weniger als 11% der bayerischen Schüler hat sehr gute oder gute Kenntnisse (Noten 1 und 2 − Lösungsquote > 67%). Etwa zwei Drittel der Schüler hat höchstens ausreichende Kenntnisse (Noten 4, 5 und 6 − Lösungsquote < 51%). Besorgnis erregend ist, das gut 30% der Schüler zur “Risikogruppe“ mit einer Lösungsquote von weniger als 35% (Noten 5 und 6) gehören. Da in Jahrgangsstufe 5 großteils Grundschulinhalte wiederholt und ausgebaut werden, und als neues Thema der Bruchbe-griff hinzukommt, zeigt die Jahrgangsstufenarbeit, dass wesentliche Grundlagen nicht gefestigt sind und den Schülern für ein Weiterlernen nicht zur Verfügung stehen.

In allen Inhaltsbereichen wurden zwischen 36% und 55% der Punkte erreicht (2007: zwischen 27% und 63%). Somit ist die Abweichung eines einzelnen Bereichs vom Gesamtdurchschnitt (45%) maximal 10%. Das beste (85%) und das schlechteste (11%) Ergebnis wurde in einem Teilbereich der Geometrie erzielt (5.3.3 Längen; Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat). Die Teilbereiche ’Terme und Gleichungen’ und ’Brüche’ zeigen ein ausgewogenes Bild, ansonsten gibt es jeweils deutliche Schwankungen bei den Lösungsquoten.

Somit können spezifische Schwächen nur in geringem Maße einem einzelnen mathematischen Lernbereich zugeordnet werden. Vielmehr zeigen sich Themen übergeordnete Defizite:

- fehlende Begriffsvorstellungen (z. B. Aufgabe 6: Kantenmodell Quader und Aufgabe 9: Eigenschaften des Würfels)
- nicht gesicherte Routineabläufe (z. B. Aufgaben 5b und 5c: rechnerische Normalverfahren)
- Fehlen von grundlegenden Strategien zur Problemlösung und Modellierung von Aufgaben (z. B. Aufgabe 4: Modellbildung zum Kopfrechnen, Aufgabe 12: Flächeninhalte berechnen und Aufgabe 17a: Kostenberechnung mit Bedingung)

Diesen Defiziten kann nicht begegnet werden, indem der Anspruch in Mathematik generell reduziert wird, vielmehr müssen individuell vorhandene Stärken erkannt und ausgebaut, vorhandene Defizite behoben werden (siehe 5 Konsequenzen/Weiterarbeit).

Begriffliche Klarheit mathematischer Inhalte und Aspekte sowie ein Mindestmaß an rechnerischen Routinen sind Voraussetzung, um Mathematik betreiben zu können. In diesem Zusammenhang ist auch ein stärker prozessorientierter Mathematikunterricht mit anderen, Konstruktion und Kreativität fördernden Aufgaben gegenüber dem oftmals rein ergebnisorientierten Unterricht zu begrüßen.

Ein Vergleich mit den Ergebnissen der Aufgaben der Vorjahre ist nur bedingt möglich, da die Aufgabenstellungen variieren. In Mathematik ergibt sich aus diesen Änderungen oft eine andere Schwerpunktsetzung. Die nach Inhalten gegliederten Bereiche beinhalten jeweils unterschiedliche Anforderungsniveaus:

- Grundlagenwissen
- Sicheres Ausführen von Routinen
- Verknüpfen von Operationen und Prozessen
- Anwenden mathematischer Fertigkeiten und Fähigkeiten in komplexeren Kontexten
- Kreatives Problemlösen

Diese können auf dem Erwartungshorizont der Jahrgangsstufe 5 auch als Kompetenzstufen (vom Wissen über Strukturen zum Mathematisieren − immer bezogen auf Teilbereiche) interpretiert werden.

5 Konsequenzen / Weiterarbeit

Seit Einführung der Jahrgangsstufenarbeiten ist es ein zentrales Anliegen, die Ergebnisse für eine erste **Analyse der Schülerkompetenzen** heranzuziehen und ausgehend davon konkrete Problemstellen beim einzelnen Schüler zu eruieren, um eine **gezielte Förderung** planen und durchführen zu können. Der Schüler soll hierbei eingebunden werden, was in einem ersten Schritt durch eine übersichtliche Darstellung seiner Leistungen auf dem Aufgabenblatt durch den Schüler selbst erfolgen kann. Da mathematische Aufgaben immer vielschichtig sind und falsche Lösungen mannigfaltige Ursachen haben können (individuelle Probleme können von unsicheren Begriffsvorstellungen bis zu falsch konstruierten Strategien reichen), bedarf es stets einer Auseinandersetzung mit den Ursachen für falsche Lösungen. Diese Arbeit ist nicht ausschließlich von der Lehrkraft zu leisten, sondern soll zunehmend in die Verantwortung des Schülers selbst und von Kleingruppen gegeben werden (Stichwort 'Arbeit am Fehler'). Eine ausführliche Auseinandersetzung vor allem mit den Leistungen der 'Risikoschüler' ist unabdingbar.

Mit dem Konzept der **modularen Förderung in Mathematik** in der Hauptschule, mit seinem zentralen Anliegen des kompetenzorientierten, individuellen Lernens, ändert sich der Blickwinkel der Unterrichtsplanung und -gestaltung. Das Lernangebot an den Schüler richtet sich in erster Linie nach seinem Kenntnisstand (bekannte Schlagworte sind "kumulatives Lernen" und "den Schüler abholen, wo er steht"), erst in zweiter Hinsicht nach lehrplanbezogenen Kriterien. Dabei können die geforderten **Kompetenzen**, für den Hauptschulabschluss und den mittleren Abschluss in den KMK-Standards 2004 formuliert und auf die einzelnen Jahrgangsstufen im bayerischen Lehrplan für die Hauptschule aufgegliedert, **auf unterschiedlichem Niveau** erreicht werden. Sicherheit in den begrifflichen Vorstellungen, Routineabläufen und im Einsatz von einfachen Strategien ermöglicht dem Schüler erst ein Arbeiten auf anspruchsvollerem Niveau.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der modularen Förderung ist eine verstärkte Konzentrierung auf **nachhaltiges Lernen**. In diesem Zusammenhang wird die im Lehrplan 2004 formulierte Wiederholung konsequent eingefordert und themenübergreifend für alle Lehrplaninhalte gesehen, umgesetzt z. B. in einer täglichen Warm-up-Phase sowie 'guten' und offenen Aufgabenformaten. Dies zeigt sich auch in Probearbeiten, die über das Schwerpunktthema hinaus grundlegende Kenntnisse abprüfen.

Durch eine Analyse der Klassen- und Einzelergebnisse kann jede Lehrkraft die Testergebnisse nützen, um Stärken und Schwächen der eigenen Klasse oder einzelner Schüler im Vergleich zu anderen Schulen festzustellen. Ebenso kann durch Aufbereitung der Ergebnisse den Schülern die Möglichkeit gegeben werden, sich selbst in der Relation zu anderen Gleichaltrigen zu sehen. Durch

Vergleich der Noten der Klassenarbeiten mit den im Jahrgangsstufentest erzielten Noten finden Lehrkräfte Anhaltspunkte, inwieweit die eigene Beurteilung auf einem mit anderen Schulen vergleichbaren Niveau ist.

Stimmen Übungs- und Testformate der eigenen Schule mit den in der Jahrgangsstufenarbeit geforderten wenig überein oder befindet sich die Schule zum wiederholten Mal im unteren Drittel der Skala, bieten Fortbildungen Anregungen für die Unterrichts- und Schulentwicklung.

Mögliche Vorgehensweisen:

- Gezielte Selbstreflexion und persönliche Weiterbildung
- Kontaktaufnahme mit **Multiplikatoren der Mathematik** (zentrale Ausbildungspunkte: 'gute' Aufgabenformate, modulare Förderung / individuelles Lernen, Diagnose)
- SchiLF zu weiteren neuen didaktischen Ansätzen sowie Diagnose-, Übungs- und Testformen im Fach Mathematik
- Aktivierung der Schüler durch innovative Formen des Lehrens und Lernens, etwa durch materialgeleitetes, projektorientiertes, selbst gesteuertes Arbeiten
- Gegenseitige Hospitation und Beratung von Lehrkräften der Schule als Fachkräfte für Erziehung und Unterricht
- Kooperation mit anderen Schulen, deren Erfahrungen und erfolgreiche Konzepte in einem Fortbildungsprogramm „Schulen fördern Schulen“ ausgetauscht werden können

6 Eckdaten zur Orientierungshilfe

Die gewonnenen Daten sollen den einzelnen Schulen zur Selbstevaluation dienen. Zur besseren Einordnung der einzelnen Schulergebnisse und zur Orientierung im landesweiten Vergleich können folgende Angaben dienen:

Bayerischer Gesamtschnitt	3,90
Bester Schulschnitt	2,50
Schlechtester Schulschnitt	5,29

Differenz: ca. 2,75 Notenschritte

Die nachfolgende Übersicht stellt die Verteilung der Schulen innerhalb der jeweiligen Notenspanne vom besten bis zum schlechtesten Schulschnitt dar. Dazu wurden die Notenspannen in vier gleich große Bereiche unterteilt. Dies ermöglicht jeder Schule, ihr eigenes Abschneiden im landesweiten Vergleich einzustufen. Die Notenschritte in den vier Bereichen steigen jeweils ca. um eine ¾ Note. Auffällig sind die sehr kleinen Randbereiche und das starke Mittelfeld in den Notenbereichen von 3,2 bis etwa 4,6.